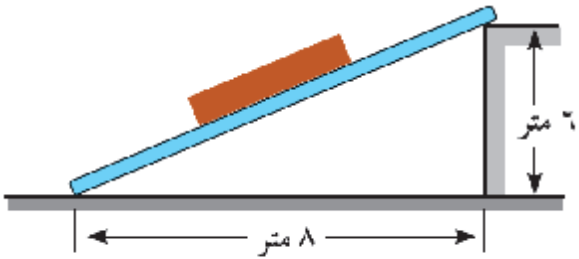


## إخترا الإجابة الصحيحة:



(١) فى الشكل المقابل : إذا كان الجسم على وشك الإنزلاق إلى أسفل

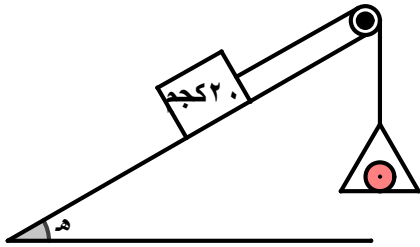
المستوى فيكون قياس زاوية الإحتكاك السكونى يساوى:

(أ)  $36,87^\circ$  (ب)  $41,41^\circ$

(ج)  $48,59^\circ$  (د)  $53,13^\circ$

(٢) إذا كانت  $\theta$  هى قياس الزاوية بين قوة الإحتكاك النهائى و رد الفعل المحصل فإن معامل الإحتكاك السكونى يساوى ....

(أ)  $\theta$  (ب)  $\cos \theta$  (ج)  $\sin \theta$  (د)  $\tan \theta$



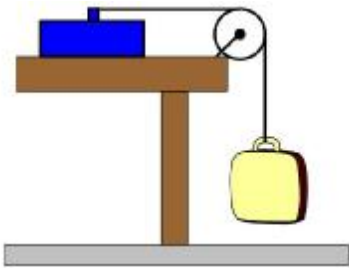
(٣) فى الشكل المجاور إذا كان ظاهر  $\frac{4}{3}$  و كتلة كفة الميزان تساوى ٧ جم و كتلة الجسم

على المستوى تساوى ٢٠ جم. و كان معامل الإحتكاك السكونى بين الجسم و المستوى

يساوى  $\frac{1}{4}$  فإن الثقل الذى يوضع فى الكفة حتى تنعدم قوة الإحتكاك = ..... ث. جم

(أ) ٩ (ب) ١٠

(ج) ١١ (د) ١٢



(٤) فى الشكل المقابل : صندوق كتلته ٢.٨ كجم موضوع على نضد أفقى خشن و مربوط

فى أحد طرفى خيط يمر على بكرة صغيرة ملساء و فى الطرف الأخر للخيط حقيبة كتلته

١.٤ كجم. فإذا كان الصندوق على وشك الحركة فإن معامل الإحتكاك السكونى بين

الصندوق و النضد يساوى .....

(أ) ١

(ب) ٢

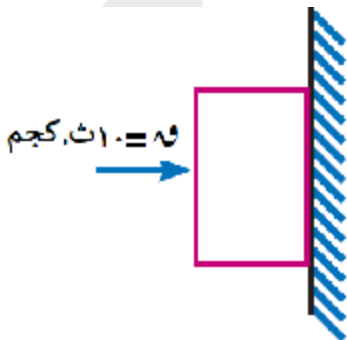
(ج) ٠,٦

(د) ٠,٥

(٥) معامل الاحتكاك يتوقف على .....

(أ) كل ماسبق

(ب) شكل الجسمين. (ج) مساحة سطح التلامس. (د) طبيعة مادة الجسمين.



(٦) فى الشكل المجاور : إذا كانت أقل قوة أفقية تلزم لحفظ الجسم متزاناً على الحائط هى

١٠ ث. كجم و كان معامل الإحتكاك السكونى بين الجسم و الحائط يساوى ٠,٢

فإن وزن الجسم يساوى ..... ث. كجم.

(أ) ٢ (ب) ٢٠

(ج) ٥٠ (د) ١٠٠

(٧) إذا كان  $\|\vec{v}\| = 5\sqrt{2}$  نيوتن و تعمل في  $\vec{P}$  حيث  $\vec{P} = (3, 4)$  ،  $\vec{B} = (6, 4)$  فإن متجه عزم  $\vec{v}$  بالنسبة لنقطة الأصل = .....

- (أ)  $\vec{e}_4$  (ب)  $-\vec{e}_4$  (ج)  $2\sqrt{2}\vec{e}_4$  (د)  $-\sqrt{2}\vec{e}_4$

(٨) إذا كانت  $\vec{B}$  منتصف  $\vec{P}$  ،  $\vec{C} = \vec{B}$  ،  $\vec{A} = \vec{C}$  ،  $\vec{B} = \vec{C}$  ،  $\vec{A} = \vec{C}$  فإن  $\vec{C} = \dots$

- (أ)  $12$  (ب)  $12\vec{e}$  (ج)  $12$  (د)  $12\vec{e}$

(٩) إذا كانت النقط  $\vec{P}$  ،  $\vec{B}$  ،  $\vec{C}$  على إستقامة واحدة في مستوى مجموعة من القوى وكان  $\vec{C} = 20\vec{e}$  ،  $\vec{B} = 10\vec{e}$  ،  $\vec{A} = 10\vec{e}$  فإن  $\vec{C} = \dots$

- (أ) مجموعة القوى متزنة. (ب) خط عمل محصلة مجموعة القوى تنصف  $\vec{P}$  (ج) خط عمل محصلة مجموعة القوى يوازي  $\vec{P}$  (د) خط عمل المحصلة يقسم  $\vec{P}$  من الداخل بنسبة ١:٢

(١٠) إذا كانت  $\vec{v} = 3\vec{s} + 4\vec{v}$  و كان متجه عزمها حول نقطة الأصل يساوى  $12\vec{e}$  فإن معادلة خط عمل القوة  $\vec{v}$  هي .....

- (أ)  $4\vec{s} + 3\vec{v} = 12$  (ب)  $4\vec{s} - 3\vec{v} = 12$  (ج)  $4\vec{s} - 3\vec{v} = 6$  (د)  $4\vec{s} - 3\vec{v} = 0$

(١١) إذا كانت القوة  $\vec{v} = 3\vec{s} + 4\vec{v}$  تؤثر في النقطة  $\vec{P} (1, 0, -1)$  و كان عزم القوة  $\vec{v}$  بالنسبة للنقطة  $\vec{B} (2, -1, 3)$  يساوى  $8\vec{v} - 4\vec{s} - \vec{e}$  فإن  $\vec{v} = \dots$

- (أ)  $2$  (ب)  $-2$  (ج) صفر (د)  $-8$

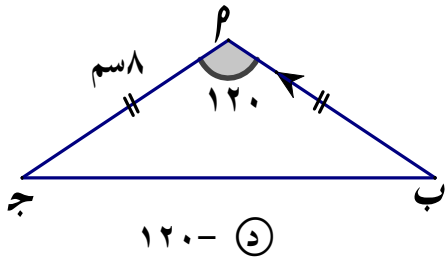
(١٢) إذا أثرت القوة  $\vec{v} = 3\vec{s} + 4\vec{v}$  في النقطة  $\vec{P} (2, -1, 3)$  فإن طول العمود المرسوم من نقطة الأصل على خط عمل  $\vec{v}$  يساوى ..... وحدة طول

- (أ)  $\frac{14}{115}$  (ب)  $\sqrt{\frac{115}{14}}$  (ج)  $\sqrt{\frac{14}{115}}$  (د)  $\frac{115}{14}$

(١٣) إذا كانت أكبر قوة يمكن أن تؤثر على جسم موضوع على مستوى و تحفظه متزاناً تساوى ٦٠ نيوتن و كان معامل الإحتكاك السكوني بين الجسم و المستوى يساوى ٠,٣ فإن رد الفعل العمودى يساوى ..... نيوتن

- (أ) ٢٠٠ (ب) ١٨ (ج) ٦٠,٣ (د) ٥٩,٧

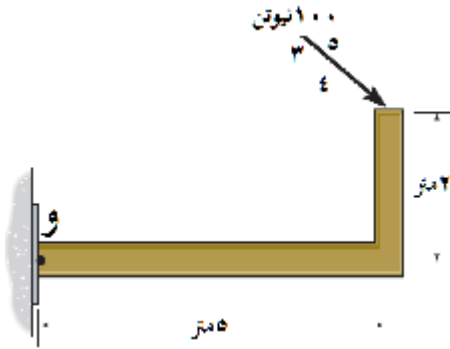
(١٤) فى الشكل المقابل :



ب ج مثلث فيه  $P = B = C = 8$  سم ،  $\theta = 120^\circ$  إذا أثرت القوة  $3\sqrt{10}$  نيوتن فى  $\vec{P}$  فإن القياس الجبرى لعزم هذه القوة حول النقطة ج يساوى ..... نيوتن.سم.

- (أ)  $3\sqrt{80}$       (ب)  $3\sqrt{80}$       (ج) ١٢٠      (د) ١٢٠-

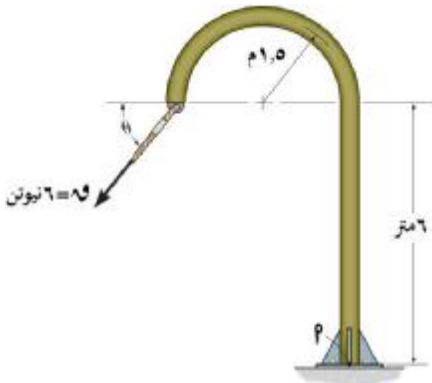
(١٥) فى الشكل المجاور القياس الجبرى لعزم القوة ١٠٠ نيوتن



حول نقطة "و" يساوى .....

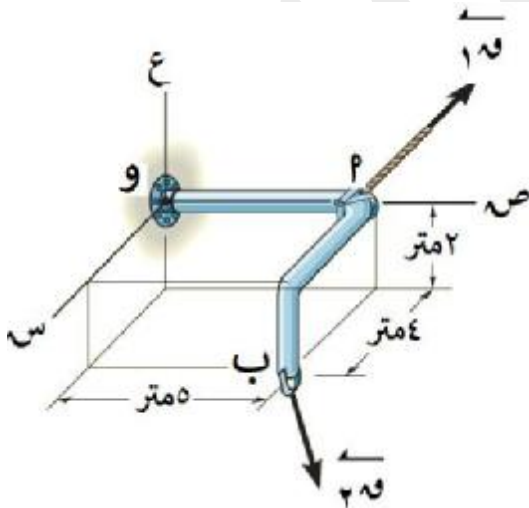
- (أ) ٤٦٠      (ب) ٤٦٠-      (ج) ١٤٠      (د) ١٤٠-

(١٦) فى الشكل المجاور:

إذا كانت  $0 \leq \theta \leq 90^\circ$  فإن القيمة العظمىلمعيار عزم القوة  $\theta$  حول نقطة P يساوى ..... نيوتن.م.

- (أ)  $18\sqrt{5}$       (ب) ٣٦      (ج) ١٨      (د)  $36\sqrt{5}$

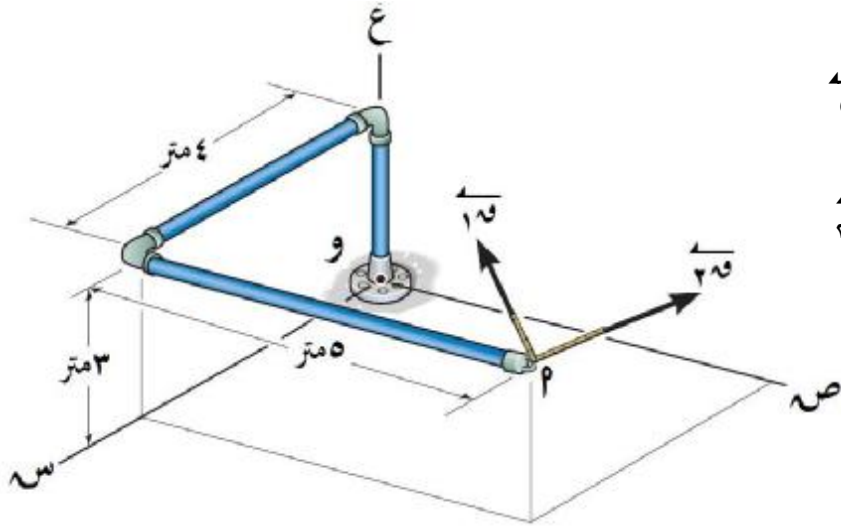
(١٧) فى الشكل المجاور:

إذا كانت  $\vec{F} = -3\vec{s} + 2\vec{v} + \vec{e}$  ،

$$\vec{F} = \vec{e} - 2\vec{v} + \vec{s} = \vec{F}$$

فإن متجه عزم محصلة  $\vec{F}$  ،  $\vec{F}$  حول النقطة " و " يساوى .....

- (أ)  $4\vec{s} - 2\vec{v} - 3\vec{e}$       (ب)  $3\vec{s} - 4\vec{v} + \vec{e}$       (ج)  $4\vec{s} - 2\vec{v} + 3\vec{e}$       (د)  $4\vec{s} + 2\vec{v} + 3\vec{e}$



(١٨) فى الشكل المجاور :

$$\text{إذا كانت } \vec{F}_1 = 4\vec{s} - 5\vec{v} + 3\vec{e}$$

$$، \vec{F}_2 = 4\vec{s} + 5\vec{v} + 2\vec{e}$$

فإن مجموع متجهي عزمي القوتين  $\vec{F}_1$  ،  $\vec{F}_2$ 

حول نقطة الأصل يساوى .....

Ⓐ  $25\vec{s} + 20\vec{v}$

Ⓑ  $25\vec{s} - 20\vec{v}$

Ⓒ  $25\vec{s} + 20\vec{v}$

Ⓓ  $25\vec{s} - 20\vec{v}$

(١٩) إذا كانت  $\vec{F}_1$  ،  $\vec{F}_2$  قوتان أفقيتان تؤثران فى النقطتين P (١ ، ٣) ، B (٠ ، ٥) على الترتيب و تمثلان إزدواجاً متجه عزمهيساوى  $20\vec{e}$  فإن  $\vec{F}_2 = \dots\dots\dots$ 

Ⓐ (٠ ، ١٠)

Ⓑ (٠ ، ٢٠)

Ⓒ (٠ ، ١١)

Ⓓ (٠ ، ١٠)

(٢٠) إذا كانت القوتان  $\vec{F}_1 = 3\vec{s} + 2\vec{v}$  ،  $\vec{F}_2 = 6\vec{s} - 8\vec{v}$  متوازيتان و تؤثران فى النقطتين ج = (١ ، ٠) ،

د = (٥ ، ٠) على الترتيب فإن نقطة تأثير محصلة القوتين هى .....

Ⓐ (١٣ ، ٥)

Ⓑ (٥- ، ١٣-)

Ⓒ (٧ ، ١-)

Ⓓ (٧- ، ١)

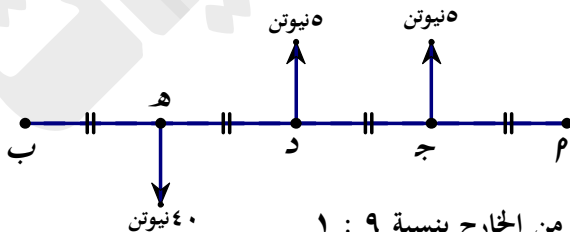
(٢١) إذا كانت محصلة القوتان  $7\vec{y}$  ،  $5\vec{x}$  وحدة نيوتن تؤثر فى نقطة تبعد  $\frac{1}{3}$  متر عن خط عمل القوة الصغرى حيث $\vec{y}$  متجه فإن المسافة بين خطى عمل القوتين يساوى ..... متر.

Ⓐ ٤

Ⓑ  $\frac{5}{3}$

Ⓒ  $\frac{28}{5}$

Ⓓ  $\frac{49}{15}$



(٢٢) فى الشكل المجاور:

نقطة تأثير محصلة الثلاثة قوى الموضحة بالشكل

تقسم  $\overline{BM}$  .....

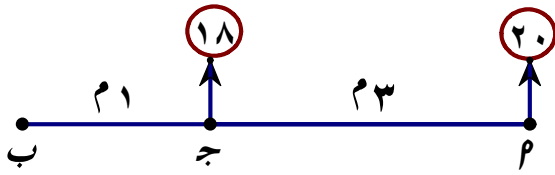
Ⓐ من الداخلى بنسبة ١ : ٩

Ⓑ من الخارج بنسبة ٩ : ١

Ⓒ من الداخلى بنسبة ٩ : ٨

Ⓓ من الخارج بنسبة ٨ : ٩

(٢٣) فى الشكل المجاور:

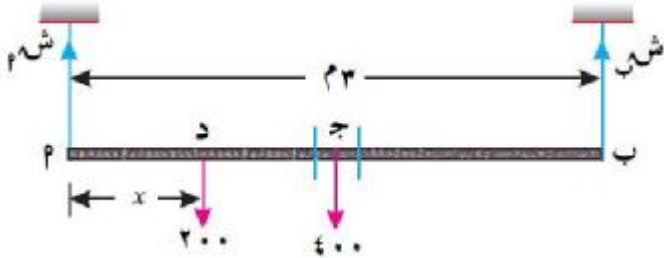


إذا كانت محصلة ثلاثة قوى تؤثر فى قضيب  $P$  به مهمل الوزن تساوى  $13$  ث. كجم و تؤثر فى نقطة على القضيب تبعد عن

الطرف  $B$   $23$  جهة اليمين و لأعلى فإن نقطة تأثير القوة الثالثة تبعد عن  $P$  مسافة .....  $m$

- (أ)  $1,64$  (ب)  $3,92$  (ج)  $2,36$  (د)  $0,08$

(٢٤) فى الشكل المقابل:

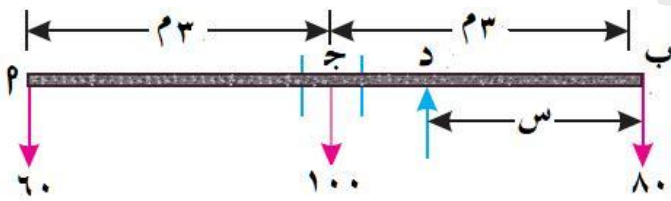


$P$  به قضيب منتظم طوله  $23$  ، وزنه  $400$  نيوتن معلق أفقياً من طرفيه بجبلين رأسيين لا يتحمل أى منهما شداً أكثر من

$350$  نيوتن. علق من النقطة  $D$  ثقل قدره  $200$  نيوتن

حيث  $P = d = s$  سم فإذا كان أحد الخيطين على وشك أن يقطع فإن  $s = \dots\dots$

- (أ)  $75$  (ب)  $0,75$  (ج)  $2$  (د)  $4$



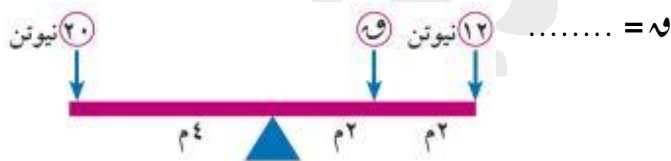
(٢٥)  $P$  به قضيب منتظم طوله  $26$  و وزنه  $100$  نيوتن علق

من طرفيه  $P$  ، ب ثقلا  $60$  ،  $80$  نيوتن على الترتيب

كما بالشكل. فإذا أترن القضيب أفقياً بإرتكازه على

حامل عند نقطة  $D$  حيث  $P = d = s$  فإن  $s = \dots\dots$

- (أ)  $2,75$  (ب)  $3,25$  (ج)  $2$  (د)  $4$



(٢٦) إذا كان الشكل المقابل يمثل قضيب منتظم فى حالة إتران فإن  $s = \dots\dots$

(أ)  $16$  نيوتن (ب)  $14$  نيوتن

(ج)  $18$  نيوتن (د)  $32$  نيوتن

(٢٧) قوتان تكونان ازدواج، مقدار احدهما  $70$  نيوتن وعزم الازدواج المحصل منهما  $350$  نيوتن. $m$  فإن البعد العمودى

بينهما يساوى ..... سم.

- (أ)  $50$  (ب)  $5$  (ج)  $500$  (د)  $245$

(٢٨) إذا اترنت مجموعة من القوى المستوية فإن مجموع عزومها حول أى نقطة فى المستوى يساوى .....

- (أ) ثابت غير صفرى (ب) صفر (ج) محصلة هذه القوى (د) الواحد الصحيح



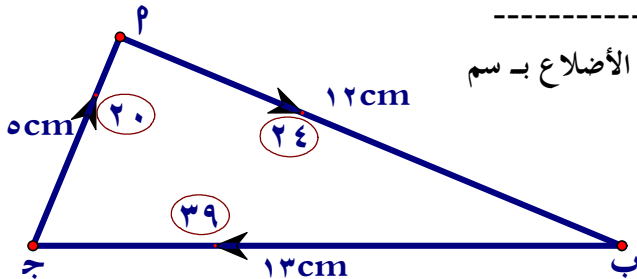
(٢٤) إذا كانت القوتان  $\vec{P} = 5\vec{s} + 2\vec{v} + 3\vec{e}$  ،  $\vec{Q} = \vec{s} - 9\vec{v} + \vec{e}$  تكونان إزدوجاً  
فإن  $P + Q = \dots\dots\dots$

١٧ (د)

١ (ج)

صفر (ب)

١- (أ)



(٢٥) فى الشكل المقابل : إذا كانت مقادير القوى بالنيوتن و أطوال الأضلاع بـ سم

فإن القياس الجبرى مجموع عزوم القوى حول P = .....

١٨٠- (ب)

١٨٠ (أ)

٢٤٠- (د)

١٢٠- (ج)

(٢٦) إذا كونت مجموعة من القوى إزدوجاً و كانت P ، B ، J ثلاث نقاط فى مستوى هذه القوى و كان  $\vec{e}_P + \vec{e}_B = \vec{e}_J = 22\vec{e}$

فإن  $\vec{e}_J = \dots\dots\dots$

١١- (د)

١١ (ج)

٢٢- (ب)

٢٢ (أ)

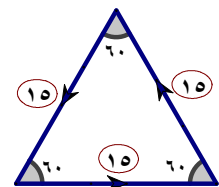
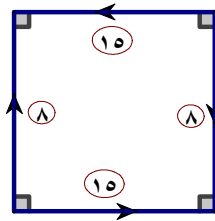
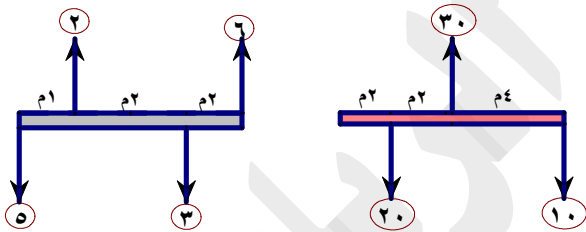
(٢٧) نظام القوى الذى لا تمثل إزدوجاً فيما يلى هو .....

(د)

(ج)

(ب)

(أ)



(٢٨) إذا كان نظام القوى المقابل يكافئ إزدواج

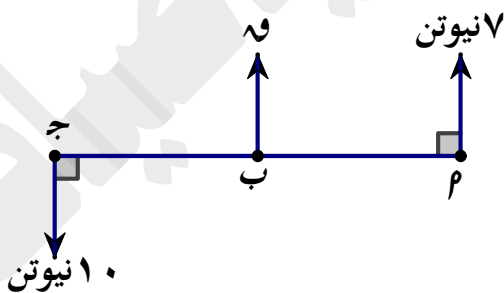
فإن  $Q = \dots\dots\dots$  نيوتن

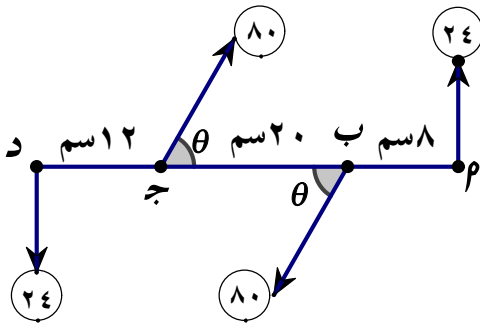
٧ (ب)

٣ (أ)

١٧ (د)

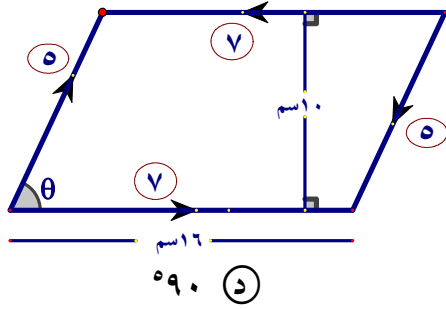
١٠ (ج)





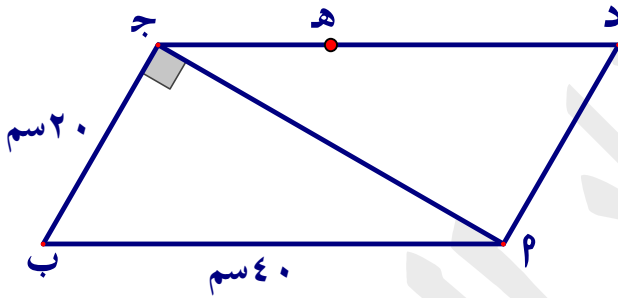
(٣٩) إذا كان  $\overline{MP}$  قضيب متزن تحت تأثير مجموعة القوى الموضحة بالرسم و كان  
 $MP = 8$  سم ،  $BP = 20$  سم ،  $BC = 12$  سم فإن  $\theta = \dots$

- (أ) ٠.٤  
 (ب) ٠.٥  
 (ج) ٠.٦  
 (د) ٠.٨



(٤٠) الشكل المجاور : يوضح صفيحة على شكل متوازي أضلاع أثر عليها ازدواجان . فإذا كان القياس الجبرى لعزم الإزدواج المحصل يساوى ٤٠ نيوتن.سم حيث القوى بالموضحة بالشكل مقاسة بوحدة النيوتن. فإن  $\theta = \dots$

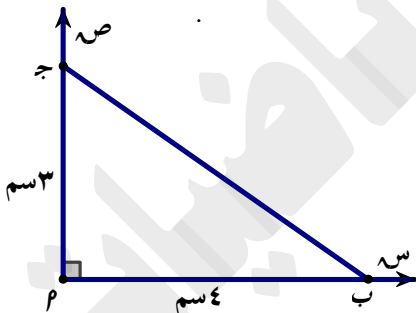
- (أ) ٣٠°  
 (ب) ٤٥°  
 (ج) ٦٠°  
 (د) ٩٠°



(٤١) فى الشكل المجاور:

$MP$  جـ د صفيحة رقيقة منتظمة على شكل متوازي أضلاع فيه  
 $MP = 40$  سم ،  $BP = 20$  سم ،  $\angle B = 90^\circ$  .  
 علقت الصفيحة من نقطة هـ  $\Rightarrow$  جـ د فإذا إتزنت عندما كان جـ د  
 أفقياً فإن جـ هـ = ..... سم

- (أ)  $3\sqrt{10}$   
 (ب) ٢٠  
 (ج) ١٥  
 (د)  $3\sqrt{5}$



(٤٢) إذا وضعت ثلاث كتل متساوية قيمة كل منها ٢ كجم موضوعة عند رؤوس  $\Delta$  قائم الزاوية طولاً ضلعى القائمة ٣ سم ، ٤ سم فإن مركز ثقل المجموعة هو .....

- (أ)  $(\frac{4}{3}, 1)$   
 (ب)  $(\frac{3}{4}, 2)$   
 (ج)  $(1, \frac{4}{3})$   
 (د)  $(2, \frac{3}{4})$

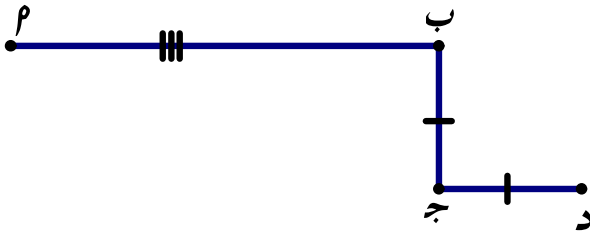
(٤٣) بعد مركز ثقل صفيحة رقيقة منتظمة على شكل مثلث متساوى الأضلاع طول ضلعه  $3\sqrt{12}$  سم عن أحد رؤوس المثلث

يساوى .....

- (أ) ١٢  
 (ب) ٦  
 (ج) ١٨  
 (د) ١٥



(٤٤) فى الشكل المقابل:



إذا كان  $P$  د سلك منتظم السمك و الكثافة طولہ ١٠٠ سم ثنى  
كما بالشكل الموضح حيث  $P = 3 = B$  ج  $3 = 3$  د فإن بعدا  
مركز ثقل السلك عن  $B$  ج ،  $P$  على الترتيب هما .....

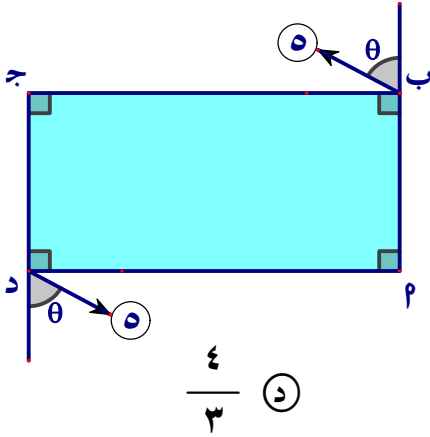
(د)  $(\frac{2}{3}, 2)$

(ج)  $(16, 6)$

(ب)  $(6, 16)$

(أ)  $(6-, 16-)$

(٤٥) فى الشكل المجاور :



إذا كان  $P$  ج د مستطيل فيه  $P = 5$  سم ،  $B = 12$  سم و كان  
القياس الجبرى لعزم الإزدواج الناشئ من القوتين ٥ ، ٥ نيوتن الموضحتين  
بالشكل يساوى ٦٥ نيوتن. سم فإن  $\theta = \dots\dots$

(د)  $\frac{4}{3}$

(ج)  $\frac{5}{12}$

(ب) صفر

(أ) غير معرف

## أسئلة إنتاج الإجابة

(١) وضع جسم وزنه ٧٦ نيوتن على مستوى أفقى خشن، فإذا كان معامل الاحتكاك السكونى بين الجسم و المستوى  $\frac{1}{4}$  أوجد:

(أ) مقدار القوة الأفقية التى تكفى لجعل الجسم على وشك الحركة.

(ب) القوة التى تميل على المستوى بزاوية ظلها  $\frac{3}{4}$  و تجعل الجسم على وشك الحركة.

(٢) وضع جسم مقدار وزنه ٦ نيوتن على مستوى أفقى خشن و أثر عليه فى نفس المستوى قوتان مقدارهما ٢ ، ٤ نيوتن تحصران

بينهما زاوية قياسها ١٢٠ فظل ساكناً. أثبت أن زاوية الاحتكاك "ل" بين الجسم و المستوى يجب ألا تقل عن ٥٣٠°. و إذا كانت  $l = ٤٥^\circ$  و بقى اتجاه القوتين ثابتاً كما بقيت القوة ٤ نيوتن دون تغيير. فعين مقدار القوة الأخرى لكى يكون الجسم على وشك أن يبدأ الحركة.

(٣) وضع جسم مقدار وزنه ١٠  $\sqrt{3}$  نيوتن على مستوى مائل خشن لوحظ أن الجسم يكون على وشك الإنزلاق إذا كان المستوى

يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٥٣٠° فإذا زيد ميل المستوى إلى ٥٦٠° فإوجد مقدار :

(أ) أقل قوة تؤثر فى الجسم موازية لخط أكبر ميل فى المستوى و تمنعه من الإنزلاق.

(ب) القوة التى تؤثر فى الجسم موازية لخط أكبر ميل فى المستوى و تجعله على وشك الحركة إلى أعلى المستوى.

(٤) وضع جسم وزنه ١٠ ث. كجم على مستوى مائل خشن تؤثر عليه قوة  $\vec{F}$  فى اتجاه خط أكبر ميل إلى أعلى المستوى فإذا

علم أن الجسم يكون على وشك الحركة إلى أعلى المستوى عندما  $\theta = ٦^\circ$  ث. كجم و يكون على وشك الحركة إلى أسفل

المستوى عندما  $\theta = ٤^\circ$  ث. كجم. أوجد :

(أولاً) قياس زاوية ميل المستوى على الأفقى.

(أولاً) معامل الإحتكاك السكونى بين الجسم و المستوى. (ثالثاً) مقدار  $\vec{F}$  التى تجعل قوة الإحتكاك تنعدم.

(٥) كتلتان ٣ ، ٥ كجم متصلان بخيط خفيف و موضعان على مستوى مائل خشن و كان معامل الاحتكاك السكونى بين المستوى

و الجسمين  $\frac{2}{3}$  ،  $\frac{4}{5}$  على الترتيب. بين أى الجسمين يوضع أسفل الآخر حتى يتحرك الجسمان معاً. ثم أثبت أن ظل زاوية ميل

المستوى على الأفقى عندما يكون الجسمان على وشك الحركة يساوى  $\frac{3}{4}$

(٦) إذا كانت  $\vec{s}$  ،  $\vec{v}$  ،  $\vec{c}$  مجموعة يمينية من متجهات الوحدة و كانت القوة  $\vec{F} = \vec{s} - ٢\vec{v}$  تؤثر فى النقطة

(٢ ، ٣) أوجد :

(أ) متجه عزم القوة  $\vec{F}$  بالنسبة للنقطة ب (٢ ، ١)

(ب) طول العمود الساقط من النقطة ب على خط عمل القوة  $\vec{F}$ .





(٢١)  $\overline{P}$  سلم منتظم طوله ١٠ متر و وزنه ٢٠ ث. كجم يستند بطرفه  $P$  على أرض أفقية خشنة معامل الاحتكاك بينها و بين السلم  $\frac{1}{3}$  و يرتكز بطرفه  $B$  على حائط رأسى أملس. أثبت أن السلم لا يمكن أن يتزن عندما يكون الطرف  $B$  على بعد ٨ متر من سطح الأرض.

(٢٢)  $P$  ج د هـ  $\overline{P}$  سداسى منتظم أثرت القوى ٣ ، ٩ ، ٩ ، ٣ ، ٩ ، ٣ ث. جم فى الاتجاهات  $\overline{P}$  ،  $\overline{B}$  ،  $\overline{C}$  ،  $\overline{D}$  ،  $\overline{E}$  ،  $\overline{H}$  ،  $\overline{P}$  على الترتب أوجد قيمة كل من  $\overline{P}$  ،  $\overline{H}$  لكى تتزن المجموعة.

(٢٣)  $P$  ج د شبه منحرف فيه  $\overline{DP} \parallel \overline{B}$  ،  $\overline{P} \perp \overline{B}$  ،  $\overline{P} = ٦$  سم ،  $\overline{B} = ٩$  سم ،  $\overline{D} = ٣$  سم أثرت القوى  $\overline{P}$  ،  $\overline{H}$  ،  $\overline{H}$  ،  $\overline{H}$  ممثلة تمثيلاً تاماً بالقطع المستقيمة الموجهة  $\overline{D}$  ،  $\overline{C}$  ،  $\overline{B}$  ،  $\overline{P}$  على الترتيب. فإذا كانت المجموعة تكافئ ازدواجاً معيار عزمه ٣٦٠ نيوتن. سم فى الإتجاه  $P$  ج د فإوجد مقدار كل من  $\overline{P}$  ،  $\overline{H}$  ،  $\overline{H}$  ،  $\overline{H}$ .

(٢٤)  $P$  ج د مربع طول ضلعه ١٠ سم ،  $\overline{H} \exists \overline{B}$  ، و  $\overline{C} \exists$  بحيث كان  $\overline{C} = \overline{H} = ٣٠$  سم. أثرت قوى مقاديرها ٤٠ ، ١٠ ، ٢٠ ، ٣٠ ، ٢٠ ، ٢٠ ث. كجم فى  $\overline{P}$  ،  $\overline{B}$  ،  $\overline{C}$  ،  $\overline{D}$  ،  $\overline{H}$  و على الترتيب. أثبت أن المجموعة تكافئ ازدواجاً و أوجد معيار عزمه.

(٢٥)  $P$  ج د مستطيل فيه  $\overline{P} = ٦٠$  سم ،  $\overline{B} = ١٦٠$  سم ،  $\overline{C}$  ،  $\overline{C}$  ص منتصفات  $\overline{B}$  ،  $\overline{D}$  على الترتيب أثرت القوى التى مقاديرها ٢٠٠ ، ٢٠٠ ، ٤٠٠ ، ٤٠٠ ، ٩٠ ، ٩٠ نيوتن فى الاتجاهات  $\overline{P}$  ،  $\overline{C}$  ،  $\overline{D}$  ،  $\overline{C}$  ،  $\overline{D}$  ،  $\overline{C}$  ،  $\overline{P}$  على الترتيب إذا كان معيار عزم الازدواج الحصل يساوى ٦٤٠٠ نيوتن. سم. فى إتجاه  $P$  ج د فإوجد قيمة  $\overline{H}$ .

(٢٦)  $P$  ج د معين طول ضلعه ١٠ سم ،  $\overline{H} (\hat{P} \text{ ج}) = ١٢٠$  أثرت القوى التى مقاديرها ٢٠ ، ١٥ ، ٢٠ ، ١٥ ث. كجم فى  $\overline{P}$  ،  $\overline{B}$  ،  $\overline{C}$  ،  $\overline{D}$  على الترتيب. أثبت أن المجموعة تكافئ ازدواجاً و أوجد معيار عزمه. ثم أوجد القوتين اللتين تؤثران فى  $B$  ،  $D$  عموديتين على  $\overline{B}$  بحيث تتزن المجموعة.

(٢٧)  $P$  ج د شبه منحرف متساوى الساقين فيه  $\overline{DP} \parallel \overline{B}$  ،  $\overline{P} = ٩$  سم ،  $\overline{B} = ١٥$  سم ،  $\overline{B} = ٣٣$  سم أثرت القوى التى مقاديرها ٤٥ ، ٩٩ ، ٤٥ ، ٢٧ نيوتن فى الاتجاهات  $\overline{P}$  ،  $\overline{B}$  ،  $\overline{C}$  ،  $\overline{D}$  على الترتيب. أثبت أن المجموعة تكافئ ازدواجاً و أوجد معيار عزمه.

(٢٨)  $P$  ج د هـ خماسى منتظم طول ضلعه ١٥ سم. أثرت قوى مقدار كل منها ١٠ ث. كجم فى  $\overline{P}$  ،  $\overline{B}$  ،  $\overline{C}$  ،  $\overline{D}$  ،  $\overline{H}$  على الترتيب. أثبت أن المجموعة تكافئ ازدواجاً و أوجد معيار عزمه.

(٢٩)  $P$  ج  $\Delta$  فيه  $P = B = C = 6$  سم ،  $\angle P = 120^\circ$  أثرت قوى مقاديرها ١٨ ، ١٨ ، ٣١٨ نيوتن في  $\overline{PB}$  ،  $\overline{PC}$  ،  $\overline{BC}$  على الترتيب. أثبت أن المجموعة تكافئ ازدواجاً و أوجد معيار عزمه. ثم أوجد مقدار كل من القوتين المؤثرتين في  $P$  ،  $C$  ،  $B$  و توازيان  $\overline{AB}$  حتى تتزن المجموعة.

(٣٠)  $P$  ج  $\Delta$  صفيحة رقيقة على هيئة مربع طول ضلعه ٥٠ سم ووزنها ٣٠٠ ث. جم ويؤثر في نقطة تلاقى القطرين . ثقتب الصفيحة ثقباً صغيراً بالقرب من  $P$  وعلقت من هذا الثقب في مسمار أفقى رفيع بحيث أتزنت في مستو رأسى . اوجد رد فعل المسمار . وإذا أثر على الصفيحة ازدواج معيار عزمه ٧٥٠٠ ث. جم . سم وإتجاهه عمودى على مستوى الصفيحة . أثبت أن رد فعل المسمار لا يتغير ثم أوجد ميل القطر  $\overline{PC}$  على الرأسى في وضع الاتزان .

(٣١) سلك رفيع منتظم السمك و الكثافة على شكل شبه منحرف  $P$  ج  $\Delta$  فيه  $P = B = 15$  سم ،  $B = C = 12$  سم ،  $C = D = 10$  سم ،  $\angle P = 90^\circ = \angle B$  . فاوجد بعد مركز ثقل هذا السلك عن الضلعين  $\overline{PB}$  ،  $\overline{BC}$  .

(٣٢) علقت صفيحة مربعة منتظمة وزنها " و " تعليقاً حراً من الرأس  $P$  و ثبت عند الرأس  $B$  ثقل وزنه  $\frac{1}{3}$  و . أثبت أن ظل زاوية ميل القطر  $\overline{PC}$  على الرأسى في وضع الاتزان يساوى  $\frac{1}{5}$  .

(٣٣)  $P$  ج صفيحة رقيقة على شكل  $\Delta$  متساوى الأضلاع طول ضلعه ١٢ سم كتلتها ٣٠٠ جم. ألصقت كتلة ١٠٠ جم في الصفيحة عند نقطة تتليث  $\overline{PB}$  من جهة  $P$  فاوجد بعد مركز ثقل المجموعة عن نقطة  $P$

(٣٤) صفيحة رقيقة منتظمة الكثافة على شكل مستطيل  $P$  ج  $\Delta$  فيه  $P = B = 6$  سم ،  $B = C = 10$  سم ،  $C = D = 3$  ج  $\Delta$  بحيث  $P = H = 6$  سم. ثنى المثلث  $P$  ب ه حول الضلع  $\overline{BH}$  حتى إنطبق  $\overline{PB}$  على  $\overline{BC}$  تماماً عين موضع مركز ثقل الصفيحة بعد ثنيها بالنسبة إلى  $\overline{CB}$  ،  $\overline{CD}$  .

(٣٥)  $P$  ج  $\Delta$  صفيحة منتظمة السمك و الكثافة على شكل مستطيل فيه  $P = B = 12$  سم ،  $B = C = 16$  سم ،  $C = D = 6$  سم . ه نقطة تقاطع قطريه  $\overline{PC}$  ،  $\overline{BD}$  فصل  $\Delta P$  ه د و ثبت فوق  $\Delta$  ب ه ج أوجد مركز ثقل الصفيحة في هذه الحالة. و إذا علقت الصفيحة تعليقاً حراً من نقطة ج . فاوجد ظل زاوية ميل  $\overline{CB}$  على الرأسى.

(٣٦) صفيحة رقيقة منتظمة السمك و الكثافة على شكل قرص دائرى مركزه نقطة الأصل و طول نصف قطره ٦ وحدات طول قطع منه قرصان دائريان مركز أحدهما (١- ، ٣-) و طول نصف قطره وحدة طول واحدة و مركز الآخر (١ ، ٢) و طول نصف قطره ٣ وحدات طول. أوجد مركز ثقل الجزء الباقي من القرص الأصلي.

## إجابات أسئلة الإختيار

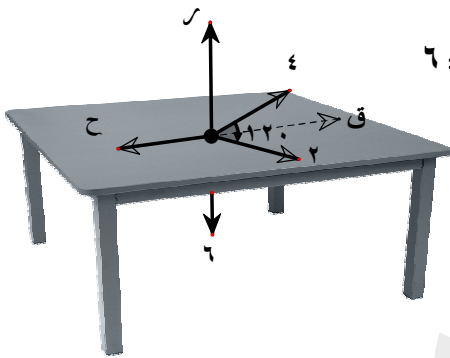
|        |        |        |        |        |
|--------|--------|--------|--------|--------|
| ج (٥)  | ب (٤)  | ب (٣)  | د (٢)  | ب (١)  |
| ب (١٠) | د (٩)  | د (٨)  | ب (٧)  | ب (٦)  |
| ب (١٥) | ج (١٤) | ب (١٣) | ب (١٢) | ب (١١) |
| ب (٢٠) | ب (١٩) | ب (١٨) | د (١٧) | ب (١٦) |
| ب (٢٥) | ب (٢٤) | ب (٢٣) | ب (٢٢) | د (٢١) |
| د (٣٠) | ب (٢٩) | ب (٢٨) | ج (٢٧) | ب (٢٦) |
| ب (٣٥) | ج (٣٤) | ب (٣٣) | ب (٣٢) | ب (٣١) |
| ب (٤٠) | ج (٣٩) | ب (٣٨) | ج (٣٧) | ج (٣٦) |
| ج (٤٥) | ب (٤٤) | ب (٤٣) | ج (٤٢) | ج (٤١) |

## حلول أسئلة إنتاج الإجابة

$$\begin{aligned} & \left. \begin{aligned} r &= 19 \\ r &= 76 \end{aligned} \right\} \leftarrow \begin{aligned} r &= 76 \\ r &= 76 \end{aligned} \quad \therefore \textcircled{أ} \\ & \left. \begin{aligned} r &= 19 \\ r &= 76 \end{aligned} \right\} \leftarrow \begin{aligned} r &= 76 \\ r &= 76 \end{aligned} \quad \therefore \textcircled{ب} \end{aligned}$$

∴  $r = 20$  نيوتن.

(٢) لتكن محصلة القوتين ٢ ، ٤ هي  $r$



$$\begin{aligned} \therefore r &= \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \text{ نيوتن} \\ \text{لتكن قوة الإحتكاك ح ، } \therefore \text{الجسم متزن } \leftarrow \text{ع} = 2\sqrt{5} = 4.5 \text{ ، } r = 6 \\ \therefore r &\geq 4.5 \text{ ، } r &\geq 6 \\ \therefore r &\geq 6 \end{aligned}$$

∴ ل يجب أن لا تقل عن ٥.٣

عندما ل = ٤.٥ ← قوى الإحتكاك النهائى = ٦

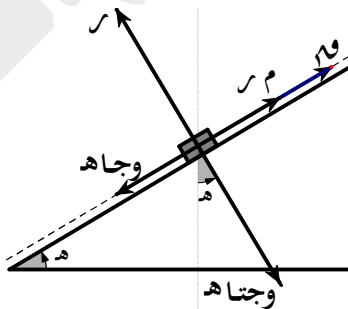
$$\begin{aligned} \therefore 6 &= 4 + 2 = 6 \text{ ، } 12 = 4 \times 2 + 4 \times 2 \text{ ، } 20 = 4 - 2 - 4 \\ \therefore r &= \frac{(4-2) \pm (4-2)}{1 \times 2} = 2 \text{ ، } (6+1) = 7 \text{ نيوتن.} \end{aligned}$$

(٣) ∴ الجسم على وشك الإنزلاق تحت تأثير وزنه فقط عندما تكون زاوية ميل المستوى ٥.٣

$$\therefore r = 3.0 = \frac{3\sqrt{2}}{3}$$

عند زيادة زاوية ميل المستوى عن ٥.٣ فإن أى قوة تؤثر فى الجسم موازية لخط أكبر ميل تكون إلى أعلى.

(أولاً) نفرض أن  $r$  تمنع الجسم من الإنزلاق للأسفل



$$\therefore r + \frac{3\sqrt{2}}{3} = 10 \times 3 \times 3$$

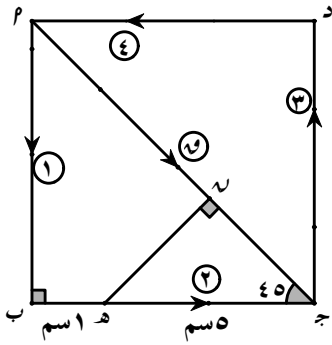
$$\therefore r + \frac{3\sqrt{2}}{3} = 15 \text{ ، } \dots (١)$$

$$r = 10 \times 3 \times 3$$

$$\therefore r = 5 \text{ ، } (١) \text{ من } \boxed{r = 10}$$







(٧) ∴ خط عمل المحصلة يمر بالنقطة هـ

∴ مجموع عزوم هذه القوى حول هـ يساوى صفر.

$$0 = 5 \times 3 + 6 \times 4 + 1 \times 1 - 5 \times 5 = 0$$

$$0 = 5 \times 3 + 24 + 1 - 25 = 0$$

$$\therefore 8 \sqrt{2} \text{ نيوتن.}$$

(٨) من الشكل : و (٠، ٠) ، ب (٠، ٣) ، ج (٤، ٠)

النقطة ب يمكن أن تعتبر نقطة تأثير للقوة.

$$\vec{e} = \vec{b} = 0$$

$$\text{نفرض أن } \vec{r} = (n, m)$$

$$\therefore \vec{e} = \vec{r} \times \vec{c} = 84$$

$$\vec{e} = \vec{r} \times \vec{b} = 84$$

$$\vec{e} = \vec{r} \times \vec{c} = 84$$

$$\therefore \vec{e} = (n, m) \times (0, 3) = 84$$

$$\therefore 84 = 3m$$

$$\boxed{28 = m}$$

$$\vec{e} = \vec{r} \times \vec{a} = 100$$

$$\vec{e} = \vec{r} \times \vec{c} = 100$$

$$100 = 24 + 3m$$

$$\therefore \vec{e} = (n, m) \times (4, 3) = 100$$

$$\therefore 100 = 24 + 28 \times 3$$

$$\vec{r} = (n, m) = (24, 46)$$

(٩) نفرض أن  $\vec{r} = (n, m)$

$$\therefore \vec{e} = \vec{r} \times \vec{c} = \vec{r} \times \vec{b} = 28$$

$$\left. \begin{aligned} \vec{e} = \vec{r} \times \vec{b} &= 28 \\ \vec{e} = \vec{r} \times \vec{c} &= 28 \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \vec{e} = (n, m) \times (1, 6) &= 28 \\ \vec{e} = (n, m) \times (2, 2) &= 28 \end{aligned} \right\} \therefore$$

$$\left. \begin{aligned} 28 &= 6m - n \\ 28 &= 2m + 2n \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} 28 &= 6m - n \\ 14 &= 2m + n \end{aligned} \right\} \therefore \text{بالجمع}$$

$$42 = 7m$$

$$\vec{r} = (8, 6)$$

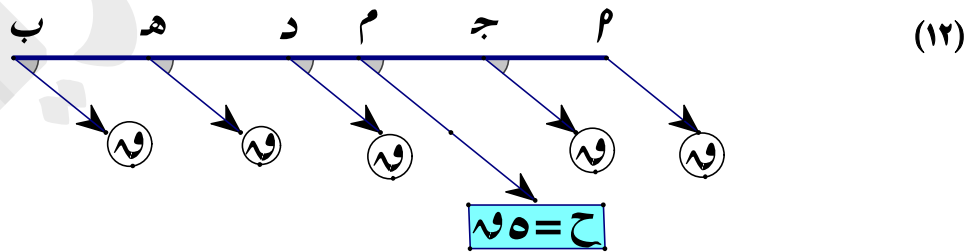
$$\therefore \boxed{m = 6} \text{ و بالتعويض في أى من المعادلتين } \boxed{n = 8}$$

(١٠) نفرض أن نقطة تأثير القوة P (س، ٢، ع)

$$\begin{aligned} \overline{ع} - \overline{ص} ٣ + \overline{س} ٥ - &= \overline{و} ١ \times \overline{٢} & \Leftrightarrow & \overline{ع} - \overline{ص} ٣ + \overline{س} ٥ - = \overline{ج} ١ \\ \left. \begin{array}{l} ١ = ع \\ ١ = س \end{array} \right\} & \Leftrightarrow \left. \begin{array}{l} ٥ - = ع ٣ - ٢ - \\ ١ - = ع - س ٣ \end{array} \right\} & \Leftrightarrow & \overline{ع} - \overline{ص} ٣ + \overline{س} ٥ - = \begin{vmatrix} \overline{ع} & \overline{ص} & \overline{س} \\ ١ & ٢ & ٣ \\ ١ - & ٣ & ٢ \end{vmatrix} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{طول العمود} = \frac{\|\overline{ج}\|}{\|\overline{و}\|} = \frac{\sqrt{١+٩+٢٥}}{\sqrt{١+٩+٤}} = \frac{١}{٢} = \frac{١ \cdot \sqrt{١٠}}{\sqrt{١٠}} \text{ وحدة طول}$$

$$\begin{aligned} \begin{vmatrix} \overline{ع} & \overline{ص} & \overline{س} \\ ١ & ١ & ٣ \\ ٢ - & ٢ & ٤ \end{vmatrix} &= \overline{ج} \therefore (٢ - , ٣ , ١ -) \text{ ، } \overline{ع} + \overline{ص} ٢ + \overline{س} ٢ = \overline{و} \quad (١١) \\ ١ - &= \begin{vmatrix} ١ & ١ \\ ٢ - & ٢ \end{vmatrix} \Leftrightarrow \begin{vmatrix} ١ & ١ \\ ٢ - & ٢ \end{vmatrix} = \text{مركبة عزم } \overline{و} \text{ حول } \overline{س} \\ ١ - &= ٢ - ٢ - \therefore \\ ٨ - &= \begin{vmatrix} ١ & ٣ \\ ٢ - & ٤ \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} ١ & ٣ \\ ٢ - & ٤ \end{vmatrix} = \text{مركبة عزم } \overline{و} \text{ حول } \overline{ص} \\ ٨ - &= ٤ - ٦ - \therefore \end{aligned}$$



نفرض أن مقدار كل قوة يساوى  $\overline{و}$  وتميل على  $\overline{ب}$  بزواوية  $ه$  ، أن المحصلة تؤثر في نقطة  $م$  حيث  $م = ٢٢ = س$

$$، \quad ٢ = ج = ك ، \quad ٥ = د = ه ، \quad ٦ = ب = ١٦ = ك$$

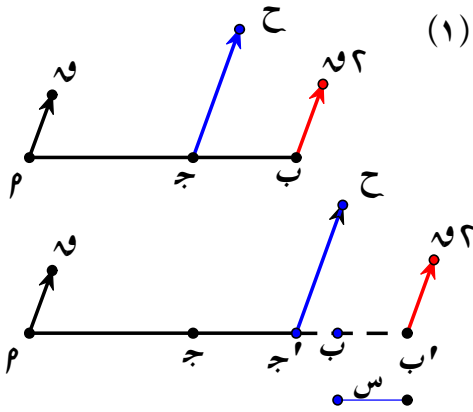
$\therefore$  المحصلة  $ح = \overline{و} + \overline{و} + \overline{و} + \overline{و} + \overline{و} = ٥ \overline{و}$  و تؤثر في نقطة  $م$  لها نفس إتجاه القوى.

$\therefore$  مجموع عزوم القوى حول نقطة = عزم المحصلة حول نفس النقطة " بأخذ العزوم حول نقطة  $م$

$$\therefore \overline{و} \times ٤ \text{ جاه} + \overline{و} \times ٩ \text{ جاه} + \overline{و} \times ١٦ \text{ جاه} = ٥ \overline{و} \times س \text{ جاه} \text{ بالقسمة } \div \overline{و} \text{ جاه}$$

$$\therefore ك + ٩ + ١٦ = ٥ س \quad \Leftrightarrow \quad ٣٠ = ٥ س \quad \Leftrightarrow \quad س = ٦$$

$$\text{أى أن } ٢٢ = س ، ٦ = ب ، ١٠ = ك \quad \Leftrightarrow \quad ٢٢ : ٦ = س : ١٠ \quad \Leftrightarrow \quad ٢٢ : ٣ = م : ٥$$



(١٣) فى الحالة الأولى :  $٢ \times ٥ = ١٠$  ج ب  $\times ٥ = ١٠$  ج ب  $\Leftarrow ٢ = ١٠$  ج ب ... (١)

فى الحالة الثانية :  $٢ \times ٥ = ١٠$  ج ب  $\times ٥ = ١٠$  ج ب  $\Leftarrow ٢ = ١٠$  ج ب

بالتعويض من (١)

$$\therefore ٢ + ١٠ = ١٢ \text{ ج ب} \quad (٢)$$

$$\therefore ٢ + ١٠ = ١٢ \text{ ج ب} \quad (٣)$$

$$\therefore ٢ - ١٠ = -٨ \text{ ج ب} \quad (٤)$$

$$\therefore ٢ = -٨ + ١٠ \text{ ج ب} \quad (٥)$$

$$\therefore ٣ = ٢ \text{ ج ب} \quad (٦)$$

(١٤) الحالة الأولى:

$$(١) \dots ٧٠ = ٢ر + ١ر$$

مجموع العزوم حول P = صفر

$$٥٠ \times ٤٥ - ٦٠ \times ٢٠ + ٧٥ \times ٢٠ = \text{صفر}$$

$$\therefore ٦٢.٥ = ٢ر \text{ نيوتن} \quad (١) \text{ بالتعويض فى (١)}$$

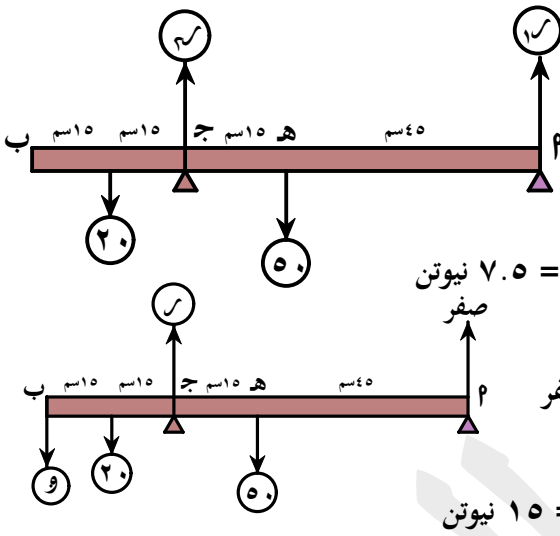
الحالة الثانية: نفرض أن الوزن الذى يجب تعليقه عند B يساوى " و "

عندما يكون الساق على وشك الدوران يكون الضغط عند P يساوى صفر

مجموع العزوم حول ج = صفر

$$\therefore ١٥ \times ٥٠ - ١٥ \times ٢٠ + ٣٠ \times و = \text{صفر}$$

$$, \quad ٨٥ = ١٥ + ٢٠ + ٥٠ = ر \text{ نيوتن}$$



(١٥) نفرض أن ج = د = ب = س سم فيكون ج د = ٢س سم ، ج م = ص سم

حيث M هى نقطة تعليق الوزن

الحالة الأولى :

مجموع العزوم حول ج = صفر

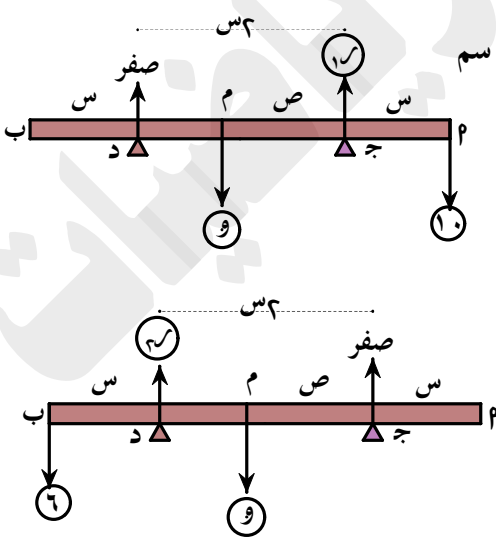
$$-١٠ \times س + و + ص = ٠ \quad (١)$$

الحالة الثانية:

مجموع العزوم حول د = صفر

$$- و + (٢س - ص) + ٦ \times س = \text{صفر}$$

$$-٢و + و + ص + ٦س = \text{صفر} \quad (١) \text{ بالتعويض من (١)}$$

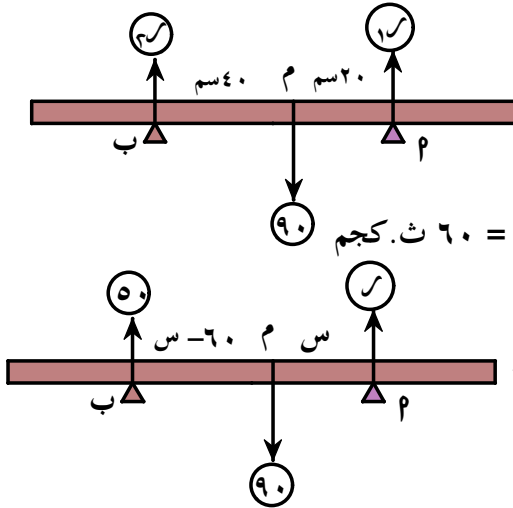


$$\therefore -2\text{ و } 10 + 6\text{ س} = \text{صفر} \quad \text{بالقسمة } \div \text{ س}$$

$$\therefore \text{ و } 8 = \text{نيوتن} \quad \text{بالتعويض في (1)}$$

$$\therefore \text{ ص} = \frac{5}{4} \text{ س} \quad \leftarrow \quad 2\text{ م} = \text{س} + \frac{5}{4} \text{ س} = \frac{9}{4} \text{ س} \quad \text{،} \quad \text{م} = \text{ب} + \text{س} + 2\text{ س} - \frac{5}{4} \text{ س} = \frac{7}{4} \text{ س}$$

$$\therefore 2\text{ م} : \text{م} = \text{ب} : \frac{9}{4} : \frac{7}{4} \quad \leftarrow \quad 2\text{ م} : \text{م} = \text{ب} : 9 : 7$$



(16) ∴ الساق متزنه

$$\therefore 90 = 2\text{ ر} + 1\text{ ر} \quad \text{(1) ...}$$

مجموع العزوم حول P = صفر

$$\therefore 0 = 60 \times 2\text{ ر} - 20 \times 90 \quad \leftarrow \quad 2\text{ ر} = 30 \text{ كجم} \quad \text{،} \quad 1\text{ ر} = 60 \text{ كجم}$$

نفرض أن الرجل ب يحمل 50 كجم أى أن  $2\text{ ر} = 50$  ،  $2\text{ م} = \text{س} + 50$

∴ الساق متزنة

$$\therefore 0 = 60 \times 50 + \text{س} \times 90 \quad \leftarrow \quad \text{س} = \frac{1}{3} \times 33 \text{ سم}$$

∴ أكبر مسافة من P يوضع فيها الثقل حتى يتحمل الرجل ب هى  $\frac{1}{3} \times 33 \text{ سم}$ .

(17) ∴ الساق متزن

$$\therefore 0 = \text{س} \quad \leftarrow \quad 1\text{ ر} = \text{ش جتاه} \quad \leftarrow \quad 1\text{ ر} = \frac{2}{5} \text{ ش} \quad \text{(1) ...}$$

$$\text{،} \quad \text{ص} = 0 \quad \leftarrow \quad 14 = \text{ش جاه} + 2\text{ ر}$$

$$\therefore 14 = \frac{2}{5} \text{ ش} + 2\text{ ر} \quad \text{(2) ...}$$

$$\text{،} \quad 0 = \text{ج ب} \quad \leftarrow \quad 0 = 60 \times 2\text{ ر} - 30 \times 8 + 20 \times 6$$

$$\therefore 2\text{ ر} = 6 \text{ كجم} \quad \text{بالتعويض في (2)} \quad \leftarrow \quad \text{ش} = 10 \text{ كجم}$$

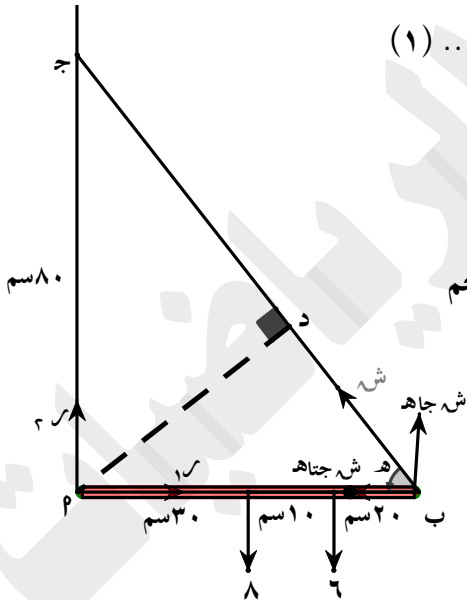
$$\text{بالتعويض في (1)} \quad \leftarrow \quad 1\text{ ر} = 6 \text{ كجم}$$

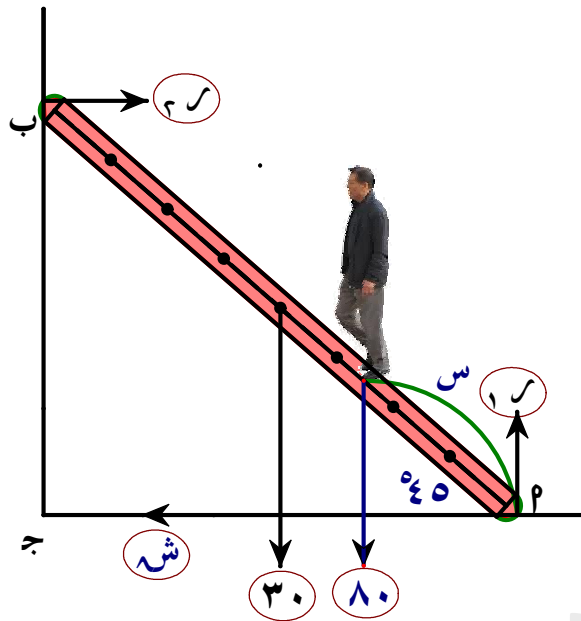
رد فعل المفصل هو محصلة  $1\text{ ر}$  ،  $2\text{ ر}$

$$\therefore \text{ر} = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5} \text{ كجم}$$

$$\text{،} \quad \text{ظاه} = \frac{2\text{ ر}}{1\text{ ر}} \quad \leftarrow \quad \text{ظا} = \theta = 1$$

∴ رد فعل المفصل يميل على الساق بزاوية  $45^\circ$  لأعلى





(١٨) نفرض أن المسافة التي يصعدها الرجل على السلم = س

∴ السلم متزن

$$\therefore \sum M = 0 \Rightarrow \sum M = 0 \quad \dots (1)$$

$$\sum M = 0$$

$$\therefore 80 \times س + 30 \times 2.25 - 6 \times 4.5 = 0$$

$$\text{بالتعويض من (1)} \quad 80س + 67.5 = 27$$

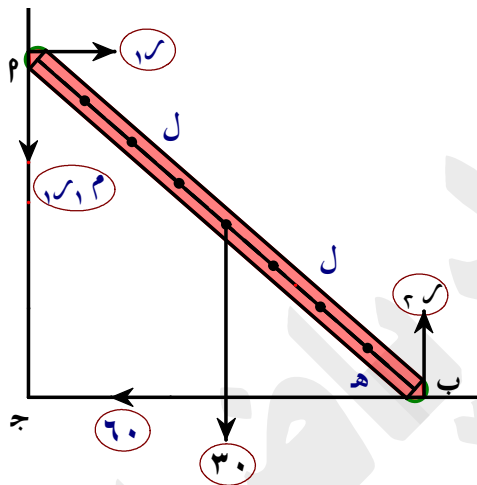
∴ ش دالة تزايدية في س

∴ الشد في الحبل يزداد كلما صعد الرجل

$$\text{عندما } ش = 67$$

$$\therefore 80س + 27 = 67$$

∴ أكبر مسافة يمكن أن يصعد بها الرجل هي ٢.٦ متراً.



(١٩) الساق على وشك الحركة نحو الحائط : الإحتكاك نهائي ، متزن

$$\therefore \sum M = 0 \Rightarrow \sum M = 0$$

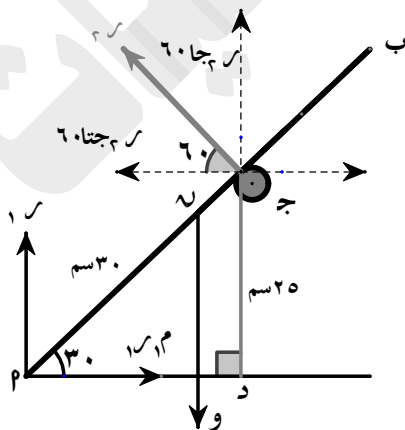
$$\therefore 60 = 60 + 30 \quad \dots (1)$$

$$\dots (2) \quad 60 = 60 + 40 \quad \dots (2)$$

من (1)، (2)  $\Rightarrow 60 = 60$  نيوتن ،  $40 = 40$  نيوتن

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow 60 - 2 \times 40 + 2 \times 20 = 0$$

$$\therefore 40 - 40 + 40 = 40 \Rightarrow 40 = 40$$



(٢٠) في  $\Delta PJD$  :  $\angle D = 90^\circ$  ،  $\angle P = 30^\circ$  ،  $\angle J = 60^\circ$  ،  $JD = 25$  سم

$$\therefore PD = 50 \text{ سم} ، JD = 25\sqrt{3} \text{ سم}$$

∴ الساق متزنه

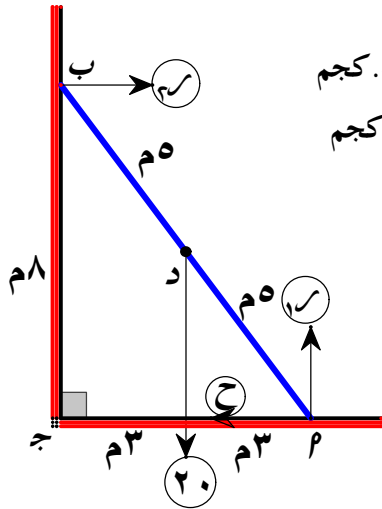
∴ مجموع العزوم حول P = صفر

$$\therefore -30 \times 20 + 30 \times 30 + 50 \times 30 = 0$$

$$\therefore 20 = 30 + 60 \Rightarrow 20 = 90$$

$$\therefore 20 = 20 + 60 \times \sqrt{3} \Rightarrow 11 = 60 \times \sqrt{3} \text{ نيوتن}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{11} = 1 \text{ م} \leftarrow 60 \text{ جتا} \times \sqrt{3} = 11 \times 1 \text{ م} \leftarrow 60 \text{ جتا} = 1 \text{ م} \leftarrow 0 = \text{س} ,$$



(٢١) نفرض أن السلم متزن و قوة الإحتكاك = ح

$$\therefore \text{ع} = 0 = 8 \times 1 - 3 \times 20 \leftarrow 0 = 8 - 60 \leftarrow 7.5 = \text{ر} \text{ كجم}$$

$$\text{س} = 0 = \text{ح} = \text{ر} \leftarrow 7.5 = \text{ح} \text{ كجم}$$

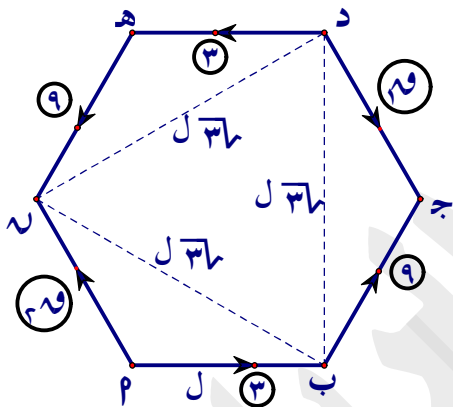
$$\text{ص} = 0 = \text{ر} = 20 \text{ كجم}$$

أى أنه إذا إتزن السلم فإن قوة الإحتكاك ستكون 7.5 كجم

$$\therefore \text{قوة الإحتكاك النهائى} = 20 \times \frac{1}{4} = 5 \text{ كجم}$$

$\therefore$  قوة الأحتكاك اللازمة لكى يتزن السلم أكبر من قوة الإحتكاك النهائى

$\therefore$  السلم لا يمكن أن يتزن فى هذا الوضع.



(٢٢)  $\therefore$  القوتان 9 ، 9 تمثلان إزدوجاً ذراعاه ب = 3م ل

، القوتان 3 ، 3 تمثلان إزدوجاً ذراعاه د ب = 3م ل

، المجموعة متزنة

$$\therefore 15 = 9 = 9 \text{ ل أى أن } 15 = 9 = 9$$

، مجموع عزوم الإزدوجات = صفر

$$\therefore 3 \times 3 - 9 \times 3 + 15 \times 3 = \text{صفر}$$

$$\therefore 3 - 9 + 15 = 9 = \text{صفر} \leftarrow 12 = 9 \text{ ث.جم}$$

(٢٣)  $\therefore$  القوى 15 ، 15 ، 15 ، 15 ممثلة تمثيلاً تاماً بالقطع المستقيمة الموجهة

15 ، 15 ، 15 ، 15 على الترتيب و فى إتجاه دورى واحد.

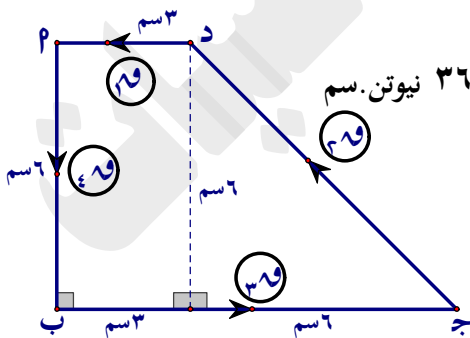
$\therefore$  هذه المجموعة من القوى تمثل إزدوجاً القياس الجبرى لعزمه ع = 360 نيوتن.سم

$$\therefore 360 = \frac{15}{\text{أب}} \times \text{مساحة شبه المنحرف ب ج د} = \frac{15}{\text{أب}} \times 6 \times (9+3) \times \frac{1}{2} \times 2$$

$$\therefore 360 = 15 \leftarrow 15 = 15 \text{ نيوتن}$$

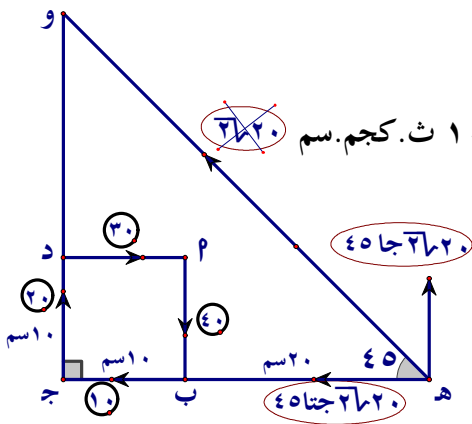
$$\therefore \frac{15}{6} = \frac{30}{9} = \frac{20}{\sqrt{3}} = \frac{10}{3}$$

$$\leftarrow 30 = 15 \text{ نيوتن} , 45 = 15 , \sqrt{3} \times 30 = 15$$



(٢٤) بتحليل القوة  $\sqrt{20}$  إلى مركبتين في إتجاهى هـ ج و العمودى عليه

نوجد مجموع عزوم القوى حول ثلاث نقاط ليست على إستقامة واحدة



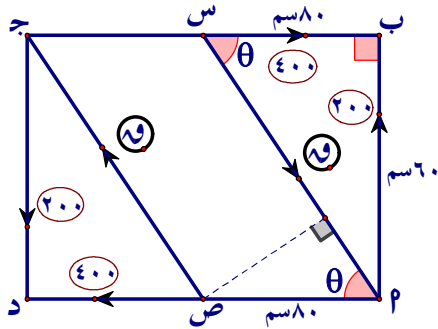
$$E, \quad \sqrt{20} \times 45 \text{ جتا } 45 - 10 \times 10 - 10 \times 40 - 30 \times 45 = 100 - 10 \times 45 \text{ جتا } 45 = 100 - 10 \times 45 \text{ جتا } 45$$

$$E, \quad \sqrt{20} \times 45 \text{ جتا } 45 - 10 \times 20 - 10 \times 30 - 20 \times 45 = 100 - 10 \times 20 - 10 \times 30 - 20 \times 45 = 100 - 10 \times 20 - 10 \times 30 - 20 \times 45$$

$$E, \quad \sqrt{20} \times 45 \text{ جتا } 45 - 10 \times 30 - 10 \times 40 - 30 \times 45 = 100 - 10 \times 30 - 10 \times 40 - 30 \times 45 = 100 - 10 \times 30 - 10 \times 40 - 30 \times 45$$

∴ ب، ج، د ليست على إستقامة واحدة،  $E = E = E, E \neq 0$

∴ مجموعة القوى تمثل إزدواجاً معيار عزمه = 100 ث. كجم.سم



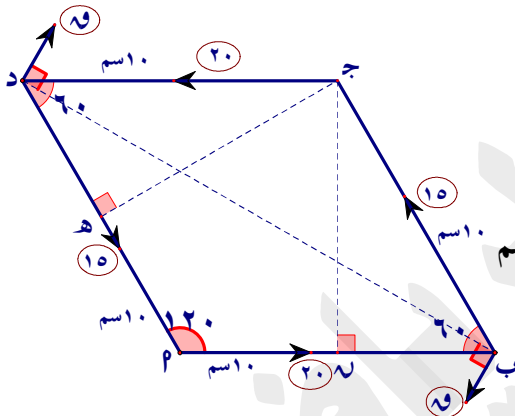
(٢٥) ∴ معيار عزم الازدواج = 6400 نيوتن.سم في إتجاه د ب

∴ القياس الجبرى لعزم الإزدواج = 6400 نيوتن.سم

$$∴ 6400 = 80 \times 80 - 60 \times 40 - 160 \times 20$$

$$∴ 6400 = \frac{2}{5} \times 80 \times 80 - 60 \times 40 - 160 \times 20$$

∴  $\theta = 30$  نيوتن.



(٢٦) ∴ القوتان 20، 20 تمثلان إزدواجاً ذراعه ج هـ = 10 جتا 60 =  $\sqrt{3} \times 5$

، القوتان 15، 15 تمثلان إزدواجاً ذراعه ج هـ = 10 جتا 60 =  $\sqrt{3} \times 5$

∴ المجموعة تمثل إزدواجاً

القياس الجبرى لعزمه  $E = \sqrt{3} \times 5 \times 10 + \sqrt{3} \times 5 \times 20 = 175 \sqrt{3}$  ث. كجم.سم

لتكن القوتان المؤثرتان في ب، د عموديتان على ب د هما  $\theta$ ،  $\theta$

حتى تتزن المجموعة يجب أن تكون  $\theta = \theta = \theta$ ،  $E = E + E = 0$

$$∴ 175 \sqrt{3} - 3 \times 10 \times \theta = 0 \Rightarrow \theta = 17.5 \text{ ث. كجم}$$

(٢٧) ∴ القوى تؤثر في أضلاع شبه المنحرف في إتجاه دورى واحد

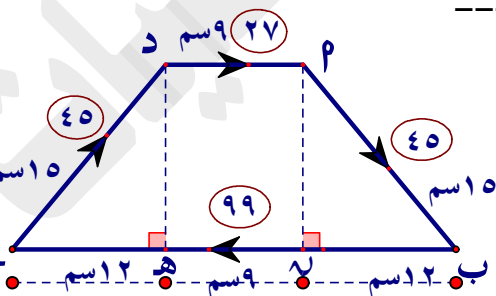
$$3 = \frac{27}{9} = \frac{45}{15} = \frac{99}{33} = \frac{45}{15}$$

∴ المجموعة تمثل إزدواجاً

عزمه = 2 × مساحة شبه المنحرف ب ج د × 3

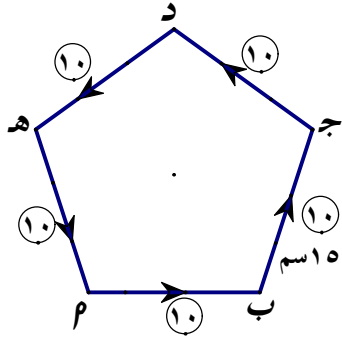
$$∴ \text{عزم الإزدواج} = \frac{(9+27)}{2} \times 3 \times 9 \times 2 = 3 \times 9 \times \frac{(33+9)}{2} \times 2$$

$$∴ \text{عزم الإزدواج} = 3 \times 9 \times \frac{(33+9)}{2} \times 2 = 1134 \text{ ث. كجم.سم}$$



" من  $\Delta$  ب م ن :  $NP = \sqrt{12^2 - 15^2} = 9$  سم "





(٢٨) ∴ القوى تؤثر فى أضلاع المضلع فى إتجاه دورى واحد

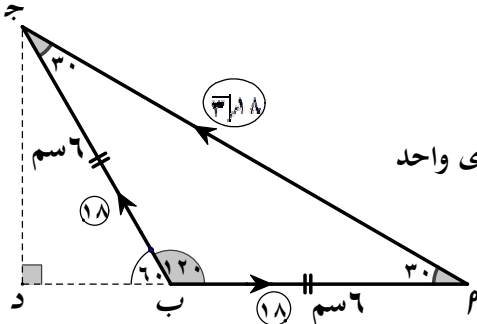
$$\frac{2}{3} = \frac{10}{15} = \frac{10}{15} = \frac{10}{15} = \frac{10}{15} = \frac{10}{15} = \frac{10}{15}$$

∴ المجموعة تمثل إزدواجاً

$$\text{عزمه} = 2 \times \text{مساحة المضلع} \times \frac{2}{3}$$

∴ مساحة المضلع المنتظم الذى طول ضلعه " س " و عدد أضلاعه " ن " =  $\frac{1}{4} \times \text{ظنا}^2 \times \text{س} \times \text{ن}$

$$\text{عزم الإزدواج} = 2 \times \frac{1}{4} \times \text{ظنا}^2 \times (15) \times 5 \times \frac{2}{3} = 516,14 \text{ ث.كجم.سم}$$



(٢٩) ∴  $\widehat{ب م} = 90^\circ$  ،  $ب م = 18$  ،  $د م = 3\sqrt{18}$  ،  $د ب = 18$

$$\text{∴ } 18 = 3\sqrt{18}$$

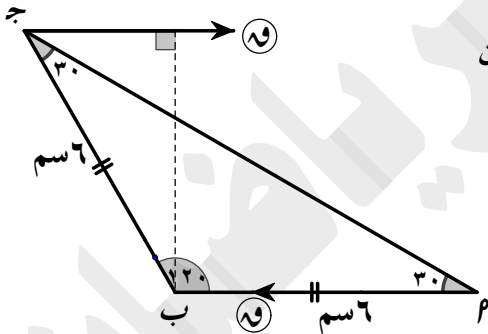
∴ القوى 18 ، 18 ،  $3\sqrt{18}$  نيوتن تؤثر فى أضلاع  $\Delta ب م د$  فى إتجاه دورى واحد

$$3 = \frac{18}{3\sqrt{18}} = \frac{18}{6} = \frac{18}{6}$$

∴ المجموعة تمثل إزدواجاً

$$\text{عزمه} = 2 \times \text{مساحة } \Delta \times 3$$

$$\text{∴ عزم الإزدواج } 3 = 2 \times \frac{1}{2} \times 18 \times 18 \times 3 = 3 \times 18 \times 18 \times \frac{1}{2} \times 2 = 3 \times 18 \times 18 \text{ ث.كجم.سم}$$



نفرض أن القوتان هما  $18$  ،  $18$  حيث  $18 = 18$  ،  $18 = 18$  ، فى إتجاهين متضادين

و يعملان عكس إتجاه الإزدواج  $3$  ، " إتران إزدواجين "

$$\text{∴ } 18 = 18$$

$$\text{∴ } 18 = 18 \leftarrow 0 = 18 \times 18 - 3\sqrt{18} \times 18$$

∴ القوتان 18 ، 18 و تعملان فى إتجاه  $ب م$

(٣٠) فى الحالة الأولى

∴ الصفيحة متزنة تحت تأثير قوتين فقط هما الوزن و رد فعل المسمار

∴ رد الفعل = الوزن و عكسه فى الإتجاه

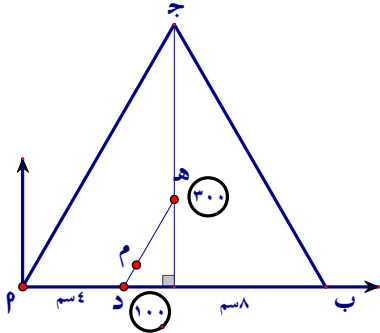
∴ رد الفعل = 3000 ث.جم رأسياً لأعلى.

فى الحالة الثانية " بعد تأثير الإزدواج على الصفيحة "

∴ الصفيحة متزنة تحت تأثير إزدواج  $3$  ،  $7500$  ، قوتان هما الوزن و رد الفعل



(٢٢) باعتبار نقطة P نقطة الأصل ،  $\vec{P}$  محور السينات في نظام إحداثى متعامد

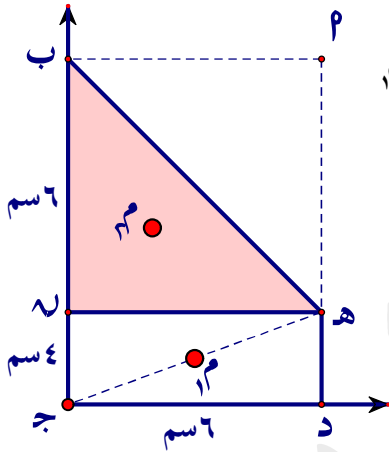


| النقطة  | الكتلة "ك"       | س | ص           | ك س                 | ك ص                   |
|---------|------------------|---|-------------|---------------------|-----------------------|
| د       | ١٠٠              | ٤ | ٠           | ٤٠٠                 | ٠                     |
| هـ      | ٣٠٠              | ٦ | $3\sqrt{3}$ | ١٨٠٠                | $3\sqrt{3} \cdot 600$ |
| المجموع | $\Sigma ك = ٤٠٠$ |   |             | $\Sigma ك س = ٢٢٠٠$ | $\Sigma ك ص = ٣٧٦٠٠$  |

$$\therefore س م = \frac{٢٢٠٠}{٤٠٠} = \frac{١١}{٢} ، ص م = \frac{3\sqrt{3} \cdot 600}{٤٠٠} = \frac{3\sqrt{3}}{٢}$$

$$\therefore \text{بعد مركز الثقل عن } P = \sqrt{س م^2 + ص م^2} = \sqrt{٣٧٦} \text{ سم}$$

(٢٤) اعتبار نقطة P نقطة الأصل ،  $\vec{P}$  محورى الإحداثيات في نظام إحداثى متعامد



$\therefore$  مساحة  $\square$  P هـ ب : مساحة  $\square$  ج د هـ ب = ٣٦ : ٢٤ = ٣ : ٢  
 $\therefore$  نفرض أن كتلة  $\Delta$  ب هـ ب = ٣ عند  $م$  ، مساحة  $\square$  ج د هـ ب = ٢٤ عند  $م$

| الشكل     | الكتلة "ك"     | س | ص | ك س               | ك ص               |
|-----------|----------------|---|---|-------------------|-------------------|
| $\Delta$  | ٣              | ٢ | ٦ | ٦                 | ١٨                |
| $\square$ | ٢              | ٣ | ٢ | ٦                 | ٤                 |
| المجموع   | $\Sigma ك = ٥$ |   |   | $\Sigma ك س = ١٢$ | $\Sigma ك ص = ٢٢$ |

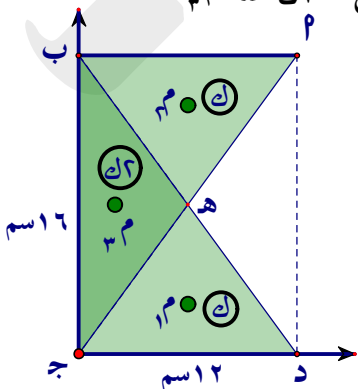
$$\therefore س م = \frac{١٢}{٥} = ٢,٤ ، ص م = \frac{٢٢}{٥} = ٤,٤$$

$\therefore$  بعدا مركز الثقل عن  $\vec{P}$  ،  $\vec{P}$  على الترتيب هما ٢.٤ سم ، ٤.٤ سم

(٢٥) باعتبار نقطة ج نقطة الأصل ،  $\vec{P}$  محورى الإحداثيات في نظام إحداثى متعامد

$\therefore$  مساحة  $\Delta$  P هـ ب = مساحة  $\Delta$  ج د هـ ب = مساحة  $\Delta$  ب هـ ج =  $\frac{1}{2}$  مساحة المستطيل = ٤٨ سم<sup>٢</sup>

نفرض أن كتلة  $\Delta$  P هـ ب = ٦ عند  $م$  ، كتلة  $\Delta$  ج د هـ ب = ٦ عند  $م$  ، كتلة  $\Delta$  ب هـ ج المزدوج = ٢٤ عند  $م$



| النقطة  | الكتلة "ك"     | س | ص              | ك س               | ك ص               |
|---------|----------------|---|----------------|-------------------|-------------------|
| $م$     | ٦              | ٦ | $\frac{٨}{٣}$  | ٦                 | $\frac{٨}{٣}$     |
| $م$     | ٦              | ٦ | $\frac{٤٠}{٣}$ | ٦                 | $\frac{٤٠}{٣}$    |
| $م$     | ٢              | ٢ | ٨              | ٨                 | ١٦                |
| المجموع | $\Sigma ك = ٤$ |   |                | $\Sigma ك س = ١٦$ | $\Sigma ك ص = ٣٢$ |

